Adi Dif Denk Sayısal Çözümleri ve Java Uygulamaları

Alper Şafak

18025042

Tez Danışmanı: Dr. Öğr. Üyesi Elif TEKİN TARIM

Diferensiyel denklemler, bir veya daha fazla değişkenin değişimini anlatan denklemlerdir.. Bağımsız değişken sayısı 1 olanlar **Adi Diferensiyel Denklemler** olarak adlandırılır ve genel ifadeleri : $F\left(x, y, y', y'', \ldots, y^{(n)}\right) = 0$
Bu çalışmada adi diferansiyel denklemlerde başlangıç değer problemlerinin sayısal çözümleri irdelenecek, daha sonrasında da bu yöntemlerin java programlama dili ile kodlarının yazılması özgün bir yaklaşımla ele alınacaktır.

Adım Uzunluğu $h = \frac{(X_n - X_0)}{n}$, n : iterasyon sayısı

Hata Payı: Toplam Kesme (ayrıklaştırma) hatası= $Y(x_{n+1}) - y(x_{n+1})$

Sayısal Yöntemler Hesaplama Tek Adım Yöntemleri

Euler

Taylor Serisi 1 terim,hızlı , pratik , hata payı yüksek , teğet çizilerek bulunur

Formül : $y_{i+1} = y_i + h.y_i'$

Euler Orta Nokta

Taylor Serisi 1 terim, nispeten hızlı ve pratik , hata payı Euler yöntemine göre düşük diğerlerine kıyasla yüksek , integral yardımıyla dikdörtgen olarak kabul edilir.

Formül : $y_{i+1} = y_i + h.f(x_i + \frac{h}{2},\ y_i + \frac{h}{2} f_i)$

Heun

Taylor Serisi 1 terim, nispeten Hızlı ve pratik , hata payı Orta Nokta Metoduna göre daha düşük , integral yardımıyla yamuk olarak kabul edilir

Formül: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}.\left(f_i + f\left(x_i + h,\ y_i + h.f_i\right)\right)$

Runge Kutta

Taylor Serisi 2 terim , nispeten daha yavaş , çok daha güvenilir , 2.türev geri fark yaklaşımı ile fonksiyon olarak hesaplanır

2.Mertebe Runge Kutta Formül = Heun Yöntemi

3.Mertebe Runge Kutta Formül $= y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$

$k_1 = f(x_i, y_i)$, $k_2 = f(x_i + \frac{h}{2}, y_i + (\frac{h}{2}).k_1)$, $k_3 = f(x_i + h, y_i - h.k_1 + 2hk_2)$

4.Mertebe Runge Kutta Formül $= y_{i+1} = y_i + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$

$k_1 = f(x_i, y_i)$ $k_2 = f(x_i + h/2, y_i + (\frac{h}{2}).k_1)$

$k_3 = f(x_i + h/2, y_i + (\frac{h}{2})k_2)$ $k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3)$

Taylor Seri Yöntemi

Açılan terim sayısına göre pratiklik, hız, güvenilirlik değişkendir , türev kullanılır

Formül $= y(x) = y_0 + (x - x_0)y'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!}y''(x_0) + \frac{(x-x_0)^3}{3!}y'''(x_0) + \cdots + \frac{(x-x_0)^n}{n!}y^{(n)}(x_0)$

Çok Adımlı Yöntemler

Adams Kestirme-Düzeltme Yöntemleri

Çok adımlı yöntemleri $[\boldsymbol{x_{i-k}}, \boldsymbol{x_{i+1}}]$ değerlerindeki $\boldsymbol{y}$ bağımlı değişkenin değeri ve/veya $\boldsymbol{y'}$ bağımlı değişkenin türevi gibi değerleri kullanarak bu değerlere eğri uydurup bulunan fonksiyonun integralini alıp çözüme kavuşturmayı hedefler.

2 Noktalı Kestirme Formülü: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(3f_i - f_{i-1})$

2 Noktalı Düzeltme Formülü : $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2}(f_{i+1} + f_i)$

3 Noktalı Kestirme Formülü: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{12}(23f_i - 16f_{i-1} + 5f_{i-2})$

3 Noktalı Düzeltme Formülü : $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{12}(5f_{i+1} + 8f_i - f_{i-1})$

4 Noktalı Kestirme Formülü : $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24}[-9f_{i-3} + 37f_{i-2} - 59f_{i-1} + 55f_i]$

4 Noktalı Düzeltme Formülü: $y_{i+1} = y_i + \frac{h}{24}[f_{i-2} - 5f_{i-1} + 19f_i + 9f_{i+1}]$

Milne Kestirme Düzeltme Yöntemleri

Deneme Formülü : $y_{i+1} = y_{i-3} + \frac{4h}{3}[2f_{i-2} - f_{i-1} + 2f_i]$

Düzeltme Formülü : $y_{i+1} = y_{i-1} + \frac{h}{3}[f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}]$

KAYNAKÇA :

www.stackoverflow.com

Tekin Tarım , E. , 2022 ,Adi Diferensiyel Denklemler Ders Notları

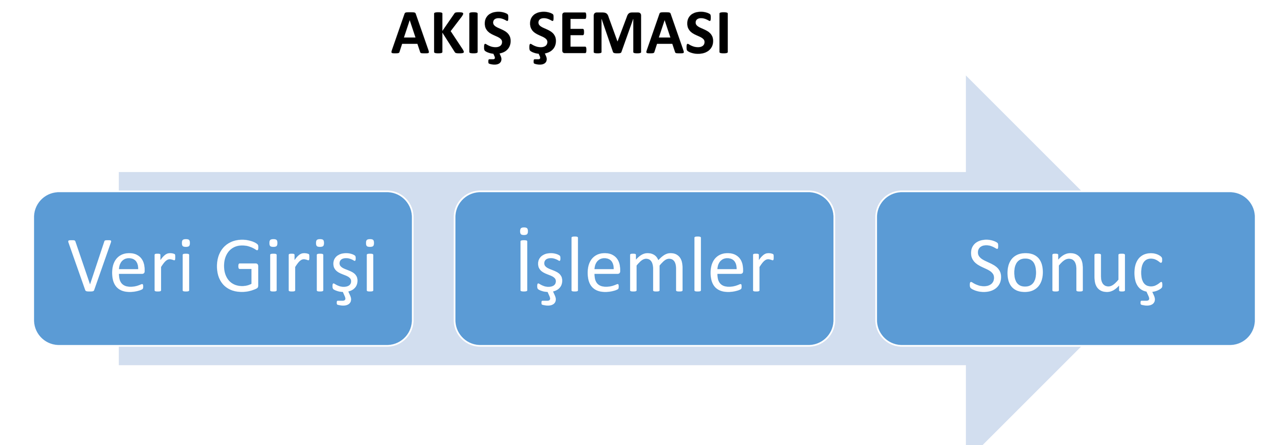
www.chatgpt.com

Türker , E. S. ,Bilgisayar Uygulamalı Sayısal Analiz Yöntemleri ,2. Baskı , Değişim Yayınları , Adapazarı

www.geeksforgeeks.com

www.github.com

AKIŞ ŞEMASI



Veri Girişi

```java
Scanner input = new Scanner(System.in);
String userfunc=null;
String PointX0=null ;
String PointY0=null ;
System.out.println("enter a function");
userfunc = input.nextLine();
System.out.println("enter a value for x0");
PointX0 = input.nextLine();
System.out.println("enter a value for y0");
PointY0 = input.nextLine();
System.out.println("enter a value for x");
String mainX = input.nextLine();
System.out.println("enter a value for step size h");
String h = input.nextLine();
```

Fonksiyona değer yazmak

```java
static double f (double y,double x,String func)
{
    double result = FunctionRead.eval(FunctionRead.FunctionMatch(func, Double.toString(x), Double.toString(y), "x", "y"));
    String fnc = FunctionRead.FunctionMatch(func, Double.toString(x), Double.toString(y), "x", "y");

    return result;
}
```

İşlemler

```java
switch(Ysize)
{
case 1 :
for(int i=1;i<n;i++)
{
    Y[i+1]=Y[i]+(h/2)*(3*f(Y[i],(x0+h*i),func)-f(Y[i-1],(x0+h*(i-1)),func));
    double Try_Yk=BigDecimal.valueOf(Y[i+1]).setScale(9, RoundingMode.HALF_UP).doubleValue();
    Y[i+1]=Y[i]+ (h/2)*(f(Y[i],(x0+h*i),func)+f(Y[i+1],(x0+h*(i+1)),func));

}
case 2 :
    for(int i=2;i<n;i++)
    {
    Y[i+1]=Y[i] + (h/12)*(5*f(Y[i-2],(x0+h*(i-2)),func)- 16*f(Y[i-1],(x0+h*(i-1)),func)+23*f(Y[i],(x0+h*(i)),func));
    double Try_Yk=BigDecimal.valueOf(Y[i+1]).setScale(9, RoundingMode.HALF_UP).doubleValue();
    Y[i+1]=Y[i] + (h/12)*(5*f(Y[i+1],(x0+h*(i+1)),func)- f(Y[i-1],(x0+h*(i-1)),func)+8*f(Y[i],(x0+h*(i)),func));
    }
case 3 :
    for(int i=3;i<n;i++)
    {
    Y[i+1]=Y[i]+ (h/24)*(55*f(Y[i],(x0+h*(i)),func)- 59*f(Y[i-1],(x0+h*(i-1)),func)+37*f(Y[i-2],(x0+h*(i-2)),func)-9*f(Y[i-3],(x0+h*(i-3)),func));
    double Try_Yk=BigDecimal.valueOf(Y[i+1]).setScale(9, RoundingMode.HALF_UP).doubleValue();
    Y[i+1]=Y[i] + (h/24)*(9*f(Y[i+1],(x0+h*(i+1)),func)+19*f(Y[i],(x0+h*(i)),func)- 5*f(Y[i-1],(x0+h*(i-1)),func)+f(Y[i-2],(x0+h*(i-2)),func));
    }
default :
    System.out.printf("\nDüzeltme Değeri Y"+(Y.length-1)+"= " + BigDecimal.valueOf(Y[Y.length-1]).setScale(6, RoundingMode.HALF_UP).doubleValue())
break ;
}
```

Fonksiyonu Çağırma

```java
Adams(PointX0,Yvalues,mainX,h,Ysize,(int)n,userfunc);
```

Kullanıcının Etkileşime Girdiği Ekranlar Tek Adım Yöntemleri

```
enter a function
y-2*x
enter a value for x0
0
enter a value for y0
1
enter a value for x
0.4
enter a value for step size h
0.1
final sonuç:1.309097949
```

Kullanıcının Etkileşime Girdiği Ekranlar Çok Adım Yöntemleri

```
enter a dy/dx function
y-2*x
enter a value for x0
0
enter a value for y0
1
enter a value for x
0,5
enter a value for step size h
0,1
enter the number of values you want to enter for Yn
3
enter the value for Y(0,1)
1,095
enter the value for Y(0,2)
1,1786
enter the value for Y(0,3)
1,2514

Düzeltme Değeri Y5= 1.352836
```